Cours de mathématiques de cinquième

Bertrand Carry

SOMMAIRE

1. Factorisation, développement ... 1
1.1 Quelques règles d'écriture de calculs ... 1
1.1.1 Parenthèses : ... 1
1.1.2 Multiplication : ... 1
1.2 Factorisation, développement ... 1
1.2.1 Premier exemple : ... 1
1.2.2 Formule : ... 2
1.2.3 Exemples : ... 2
2. Le triangle ... 3
2.1 Inégalité triangulaire ... 3
2.2 Cercle circonscrit ... 4
2.2.1 Médiatrice : ... 4
2.2.2 Cercle circonscrit à un triangle : ... 4
2.3 Aire du triangle ... 5
3. Quotients ... 6
3.1 Quotients égaux ... 6
3.1.1 Exemples : ... 6
3.1.2 Cas général : ... 6
3.2 Somme et différence de quotients ... 6
3.3 Produit de quotients ... 7
4. Cylindre de révolution ... 8
4.1 Le cylindre de révolution ... 8
4.2 Perspective cavalière ... 9
4.3 Patron ... 10
4.4 Aire du disque ... 11
4.5 Volume du cylindre droit ... 11
5. Nombres relatifs ... 12
5.1 Exemples ... 12
5.2 Opposé d'un nombre ... 12
5.3 Addition ... 12
5.4 Soustraction ... 12
6. Angles ... 13
6.1 Angles opposés par le sommet ... 13
6.2 Angles correspondants ... 13
6.3 Angles alternes internes ... 14
6.4 Angles adjacents ... 14
6.5 Angles complémentaires, supplémentaires ... 14
6.6 Propriétés ... 15
6.6.1 Propriété 1 : ... 15
6.6.2 Propriété 2 : ... 15
6.6.3 Propriété 3 : ... 16
6.6.4 Propriété 4 : ... 16
6.7 Somme des angles intérieurs d'un triangle ... 17
7. Symétrie centrale ... 18
7.1 Symétrique d'un point ... 18
7.2 Conservation de la distance ... 18
7.3 Conservation de l'alignement ... 19
7.4 Transformés de figures usuelles ... 19
7.5 Conservation des angles ... 20
7.6 Conservation des aires ... 20
8. Repérage dans le plan ... 21
8.1 Droite graduée ... 21
8.2 Repère orthogonal ... 22
9. Proportionnalité ... 24
9.1 Compléter un tableau de proportionnalité ... 24
9.2 Déterminer un pourcentage ... 24
9.3 Echelle ... 24
9.4 Mouvement uniforme ... 25

10. Parallélogramme 26
10.1 Définition 26
10.2 Parallélogrammes particuliers 26
10.3 Propriétés 27
10.4 Aire 29
11. Médianes d'un triangle 30
11.1 Définition 30
11.2 Aire 30
12 Représentation et traitement de données 31
12.1 Effectifs, fréquences 31
12.2 Classes 32
12.3 Représentations graphiques 32
12.3.1 Diagramme en tuyau d'orgue : 33
12.3.2 Diagramme en bande : 34
12.3.3 Histogramme : 35
13. Prisme droit 36
13.1 Vue en perspective cavalière 36
13.1.1Cas particulier : 36
13.1.2Cas général : 36
13.2 Patron 37
13.3 Volume 38
14 Equations 39
14.1 Notion intuitive 39
14.2 Extension 39

1. Factorisation, développement

1.1 Quelques règles d'écriture de calculs

1.1.1 Parenthèses :

Dans des calculs on peut utiliser des parenthèses. En sixième on a, par exemple, écrit la division euclidienne de 109 par 3 sous la forme suivante :

$109 = (3\times36) + 1$

On peut aussi écrire : $109 = 1 + (3\times36)$

A partir de la classe de cinquième on peut écrire : $109 = 1 + 3\times36$

Le nombre 3 est relié à deux opérateurs : l'addition et la multiplication.

La multiplication est prioritaire par rapport à l'addition et à la soustraction.

Exemples :

$2 + 3\times5 = 17$

$14 - 2\times5 = 4$

$8\times2 + 3 = 19$

$10\times5 - 4 = 46$

Remarque :

De même, la division est prioritaire par rapport à l'addition et à la soustraction.

$7 + 25\div5 = 12$

1.1.2 Multiplication :

Dans certains calculs, on peut ne pas utiliser le symbole de la multiplication : $\times$

Si a et b désignent des nombres, on peut écrire :

$a\times b = ab$

$5\times a = 5a$

1.2 Factorisation, développement

1.2.1 Premier exemple :

$$\begin{aligned}403\times25 + 403\times75 &= 403\times(25+75)\\ &= 403\times100\\ &= 40\,300\end{aligned}$$

1.2.2 Formule :

k, a et b sont des nombres :

$$k\,(a+b) = ka + kb$$
$$k\,(a-b) = ka - kb$$

k (a+b) et k (a–b) sont des expressions dites factorisées, ka + kb et ka – kb sont des expressions dites développées.

1.2.3 Exemples :

$17\times802 + 33\times802 = 802\times(17+33)$
$17\times802 + 33\times802 = 802\times50$
$17\times802 + 33\times802 = 40\ 100$

$401\times238 = (400+1)\times238$

$401\times238 = 400\times238 + 1\times238$

$401\times238 = 175\ 200 + 238$

$401\times238 = 175\ 438$

$27\times59 - 59\times17 = 59\times(27-17)$

$27\times59 - 59\times17 = 59\times10$

$27\times59 - 59\times17 = 590$

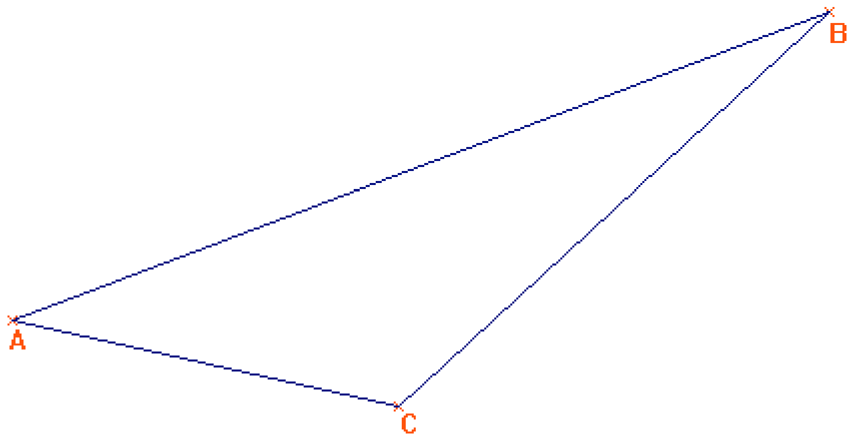
2. Le triangle

P est un plan, une unité de longueur est choisie ainsi que l'unité d'aire correspondante.

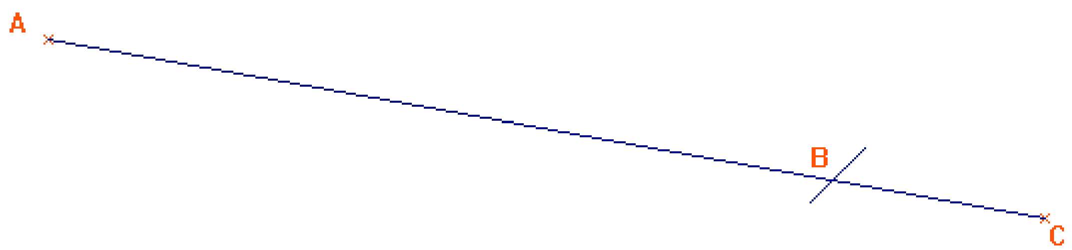
2.1 Inégalité triangulaire

Soit A, B et C trois points.

Si A, B et C sont non alignés, alors on peut écrire : AC < AB + BC.



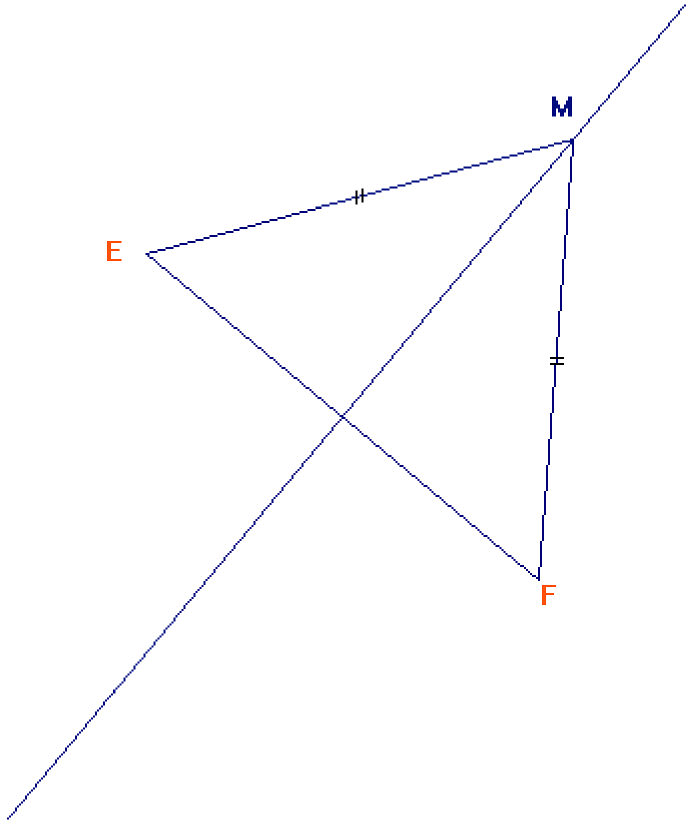
Si B appartient au segment de droite [AC], alors on peut écrire : AC = AB + BC.



2.2 Cercle circonscrit

2.2.1 Médiatrice :

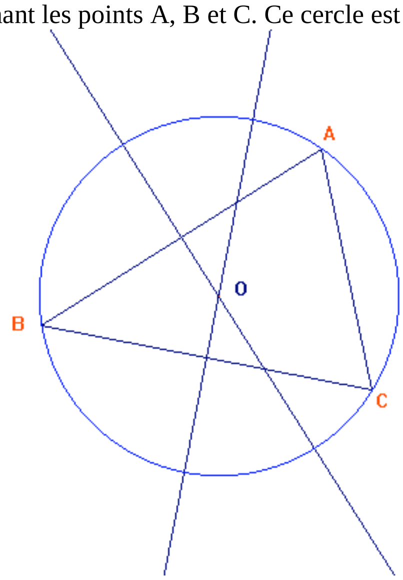
Soit E et F deux points distincts. La médiatrice du segment de droite [EF] est l'ensemble des points équidistants de E et de F.



Le point M est équidistant des points E et F, il appartient donc à la médiatrice de [EF].

2.2.2 Cercle circonscrit à un triangle :

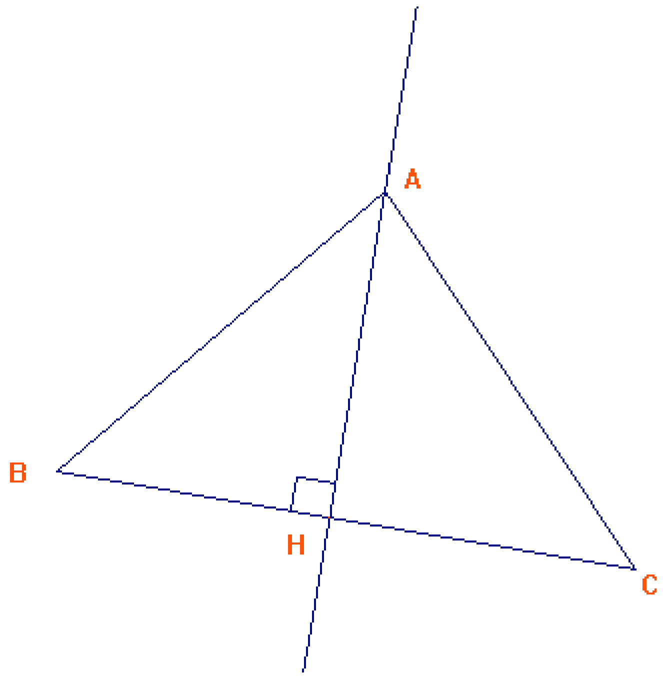
Soit A, B et C trois points non alignés.
Les médiatrices de deux des segments de droites [AB], [BC] et [CA] sont sécantes en un point O.
O est le centre d'un cercle contenant les points A, B et C. Ce cercle est appelé cercle circonscrit au triangle ABC.



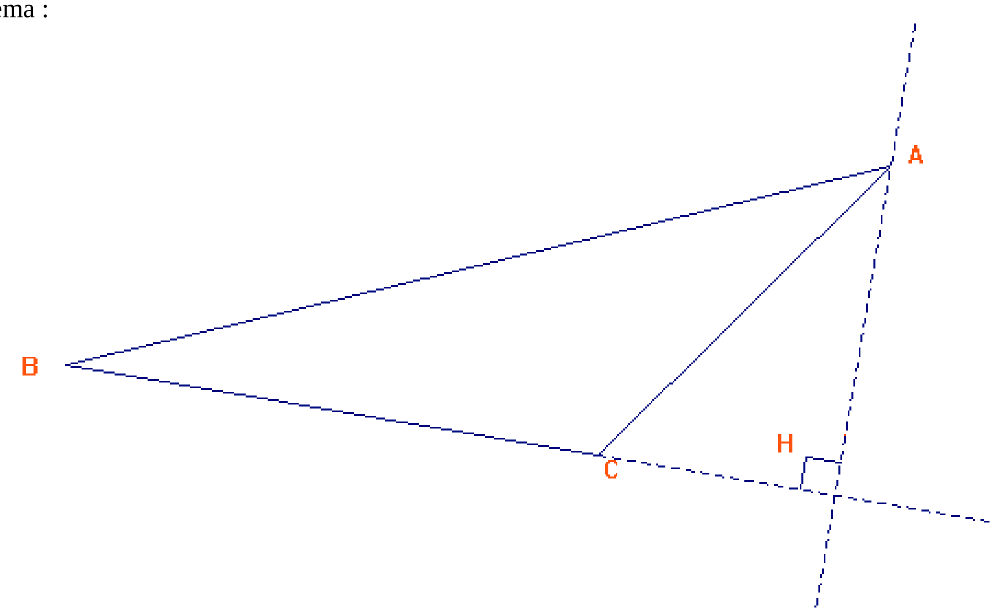
2.3 Aire du triangle

Soit A, B et C trois points non alignés.
Soit H le point de la droite (BC) tel que la droite (AH) soit perpendiculaire à la droite (BC).

L'aire du triangle ABC est égale à $\frac{BC \times AH}{2}$. [BC] est une base du triangle. *AH* est appelé hauteur du triangle associée à cette base.



autre schéma :



Remarque :
La droite (AH) est appelée hauteur du triangle ABC issue de A. H est appelé pied de cette hauteur.

3. Quotients

3.1 Quotients égaux

3.1.1 Exemples :

Considérons le nombre $\frac{5}{3}$, appelé quotient du nombre 5 par le nombre 3. On peut écrire :

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$$
$$\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$$
$$\frac{5}{3} = \frac{50}{30}$$
$$\frac{5}{3} = \frac{0,5}{0,3}$$
$$7 = \frac{7}{1}$$
$$7 = \frac{42}{6}$$

3.1.2 Cas général :

Soit a un nombre et b un nombre non nul. Le nombre $\frac{a}{b}$ est appelé quotient du nombre a par le nombre b.

a est le numérateur du quotient et b le dénominateur.

Quelque soit le nombre k non nul, on peut écrire :

$$\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

On peut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul afin d'obtenir un quotient égal au quotient initial.

3.2 Somme et différence de quotients

On ajoute ou soustrait facilement des quotients ayant même dénominateur.

En cinquième on se limite au cas où un des deux dénominateurs est un multiple de l'autre dénominateur.

Exemples :

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{8}{5} - \frac{1}{5} = \frac{7}{5}$$

$$3 + \frac{4}{5} = \frac{15}{5} + \frac{4}{5}$$
$$3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} + \frac{3}{12}$$
$$\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12}$$
$$\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{17}{25} - \frac{2}{5} = \frac{17}{25} - \frac{10}{25}$$
$$\frac{17}{25} - \frac{2}{5} = \frac{7}{25}$$

3.3 Produit de quotients

Pour multiplier deux quotients, on multiplie entre eux les deux numérateurs et on multiplie également entre eux les deux dénominateurs.

Exemples :

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$$

$\frac{8}{21} \times \frac{15}{22} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{11}$ (8 et 22 sont divisibles par 2, 21 et 15 sont divisibles par 3)

$$\frac{8}{21} \times \frac{15}{22} = \frac{20}{77}$$

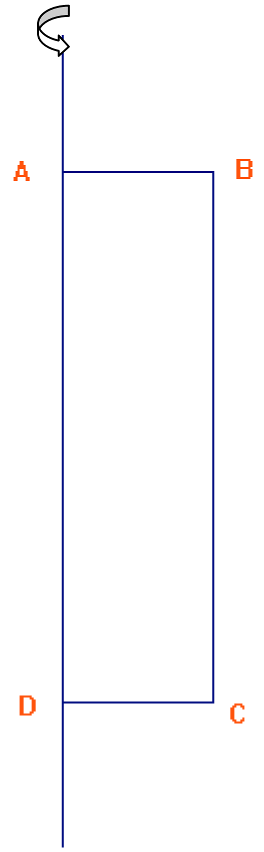
$9 \times \frac{5}{7} = \frac{45}{7}$ (rappel de sixième)

4. Cylindre de révolution

E est l'espace. Une unité de longueur est choisie ainsi que l'unité d'aire correspondante et l'unité de volume correspondante.

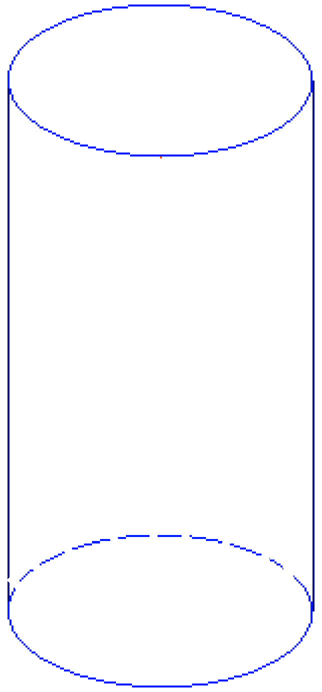
4.1 Le cylindre de révolution

Considérons une plaque rigide en forme de rectangle ABCD. On fait tourner ce rectangle à une vitesse suffisamment élevée autour de l'axe (AD). L'œil humain perçoit alors un solide de l'espace appelé cylindre de révolution ou cylindre droit.



4.2 Perspective cavalière

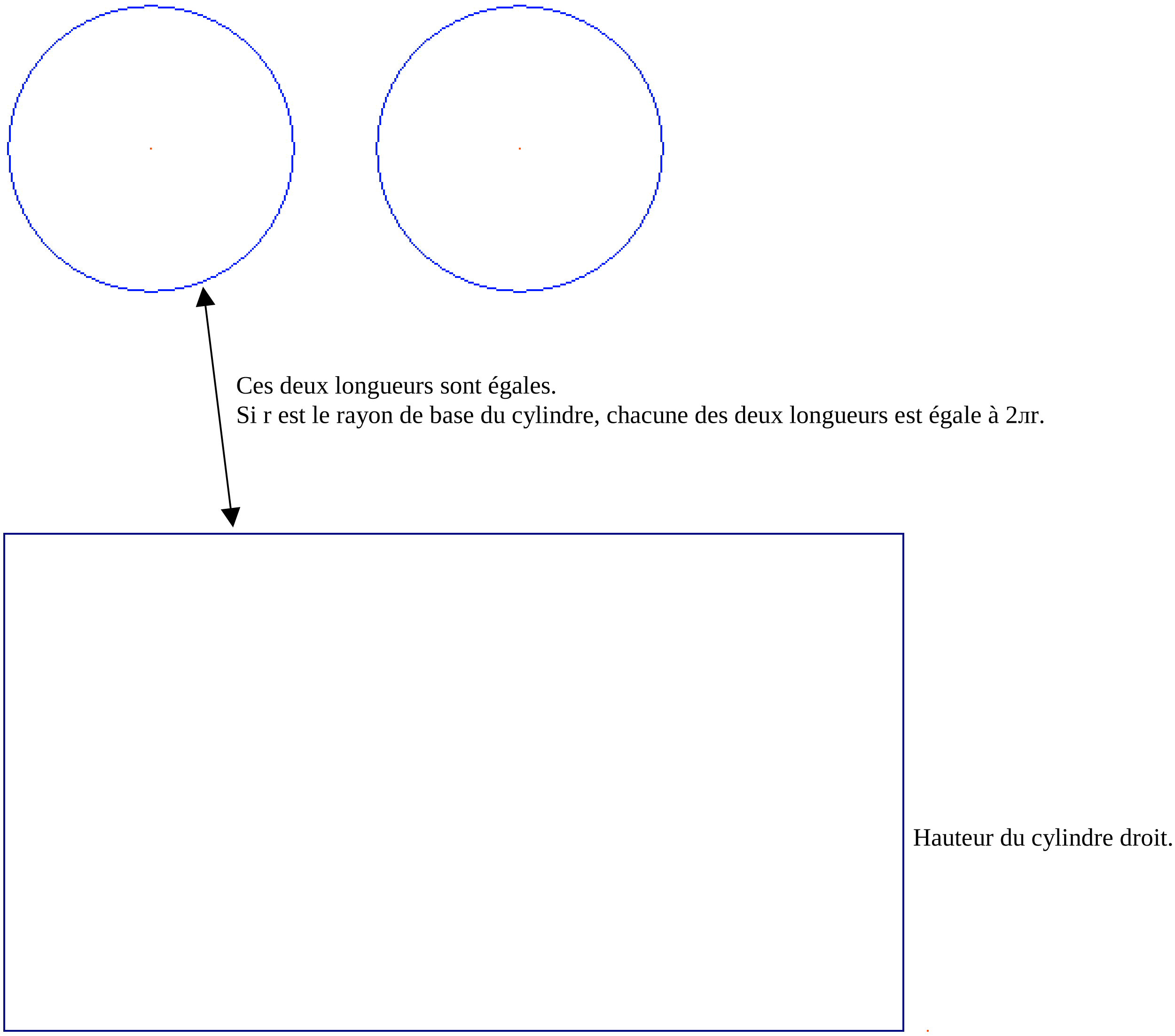
Voici une représentation en perspective cavalière d'un cylindre droit :



Les deux disques de base sont schématisés par deux ellipses.

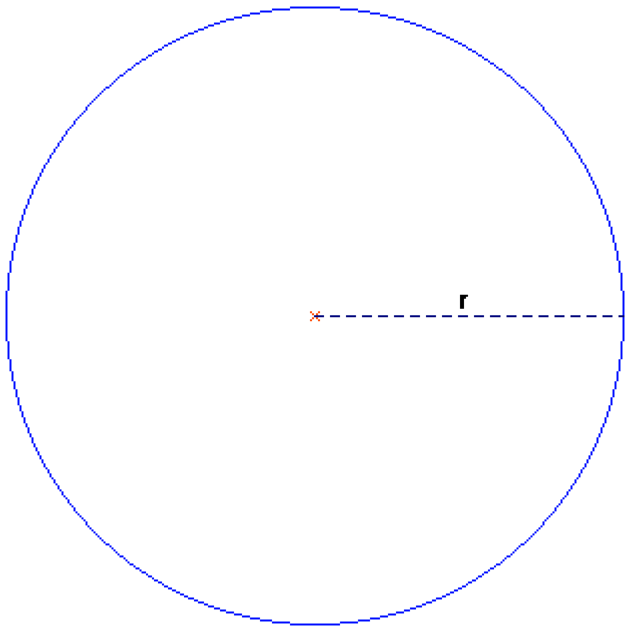
4.3 Patron

Le patron d'un cylindre de révolution est constitué de deux disques de même rayon (disques de base) et d’un rectangle correspondant à l’enveloppe latérale du cylindre droit.



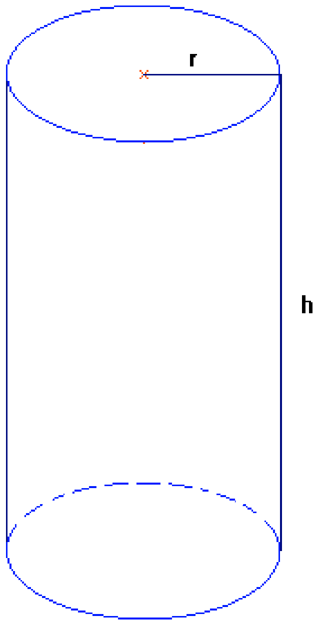
4.4 Aire du disque

L'aire d'un disque de rayon r est : $\pi \times r \times r$ que l'on peut noter πr^2 (on lit : π r au carré).



4.5 Volume du cylindre droit

Le volume d'un cylindre droit de rayon de base r et de hauteur h est : $\pi r^2 h$ (aire de base multipliée par hauteur).



5. Nombres relatifs

5.1 Exemples

En hiver, en Sibérie, la température peut être –56 degrés Celsius. –56 est un nombre négatif.
–56 est un entier relatif.

Le compte en banque de M. X présente un déficit de 842,56€. Sur le relevé de son compte il est inscrit : –842,56€. –842,56 est aussi un nombre négatif. –842,56 est un nombre décimal relatif.

5.2 Opposé d'un nombre

5 et –5 sont deux nombres opposés.
– 4,1 et 4,1 sont aussi deux nombres opposés.

Plus généralement, si a est un nombre, son opposé se note –a.
Sur la calculatrice le nombre –a se note souvent (-)a.

Remarque :
– (–8) = 8, –(–10,3) = 10,3.

5.3 Addition

Pour effectuer facilement l'addition de deux nombres relatifs, on peut penser à la notion de crédit (nombre positif) et débit (nombre négatif).

5 + (–8) = –3
–20 + 10 = –10
25 + (–15) = 10

–30 + (–50) = –80
12,5 + (–3,5) = 9
–0,8 + (–3,5) = – 4,3

5.4 Soustraction

Si a et b sont deux nombres, on a : a – b = a + (–b).

Exemples :

3 – 8 = 3 + (–8)
3 – 8 = –5

17 – 23 = 17 + (–23)
17 – 23 = –6

25,5 – 105,5 = 25,5 + (–105,5)
25,5 – 105,5 = –80

–3 – (–7) = –3 + 7
–3 – (–7) = 4

320 – 40 = 320 + (– 40)
320 – 40 = 280 (ce calcul peut être fait par un élève du primaire)

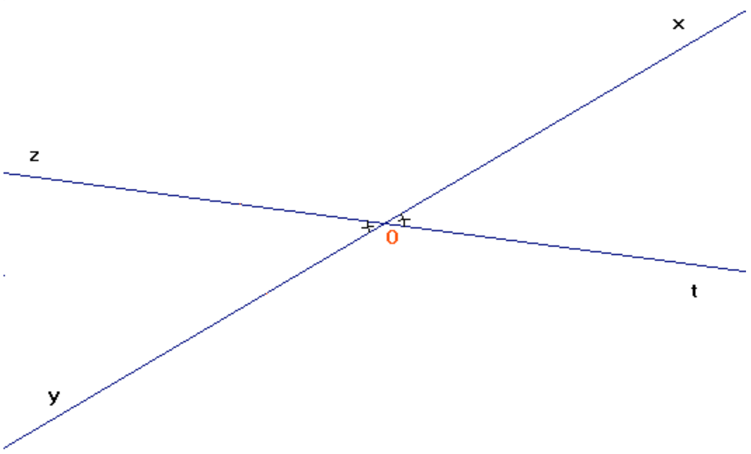
–32 – 407 = –32 + (– 407)
–32 – 407 = – 439

–0,5 – 3,5 = –0,5 + (–3,5)
–0,5 – 3,5 = – 4

6. Angles

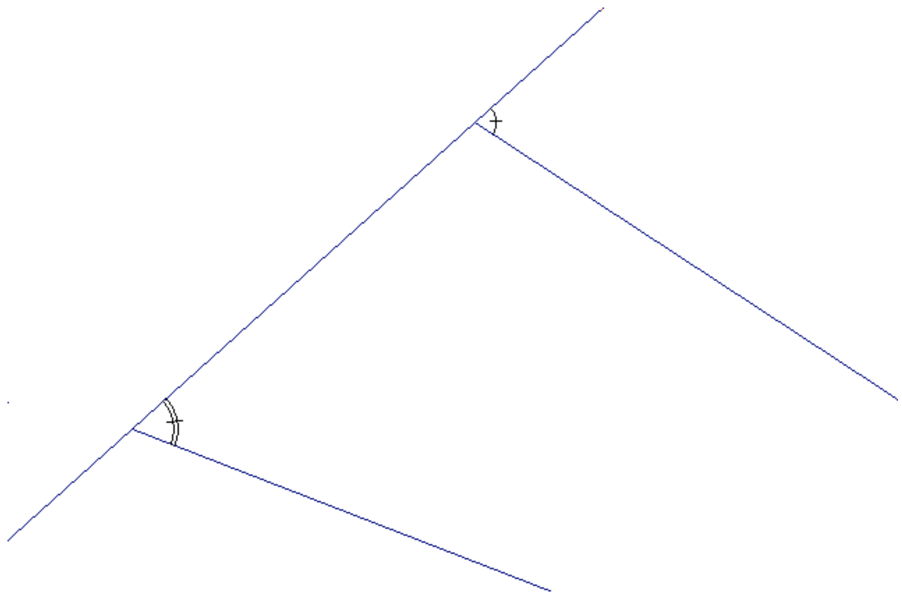
Soit *P* un plan.

6.1 Angles opposés par le sommet



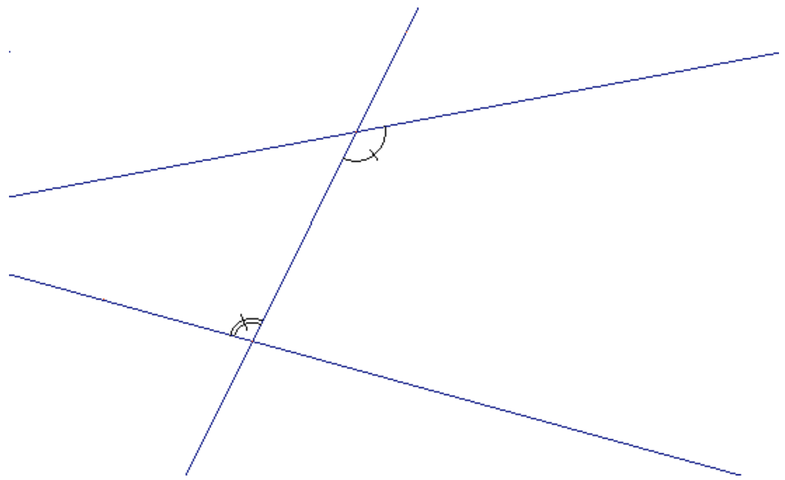
Les angles $\widehat{xOt}$ et $\widehat{zOy}$ sont dits opposés par le sommet. De plus, ils ont même mesure.

6.2 Angles correspondants



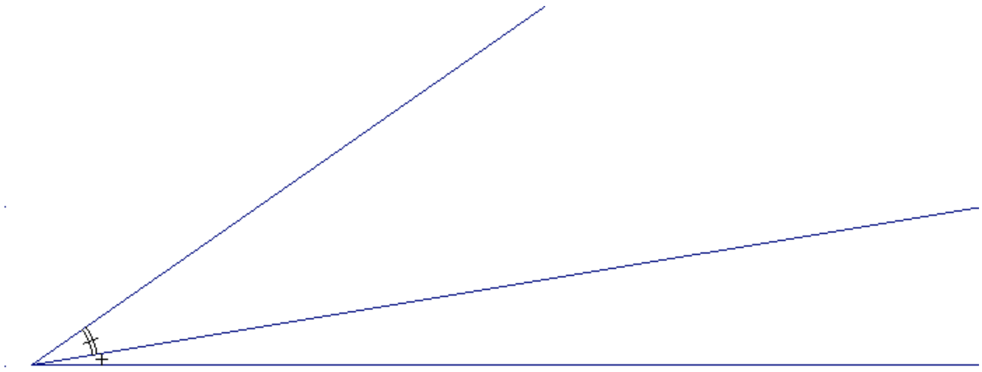
Les deux angles marqués ci-dessus sont dits correspondants.

6.3 Angles alternes internes



Les deux angles marqués ci-dessus sont dits alternes-internes.

6.4 Angles adjacents



Les deux angles marqués ci-dessus sont dits adjacents.

6.5 Angles complémentaires, supplémentaires

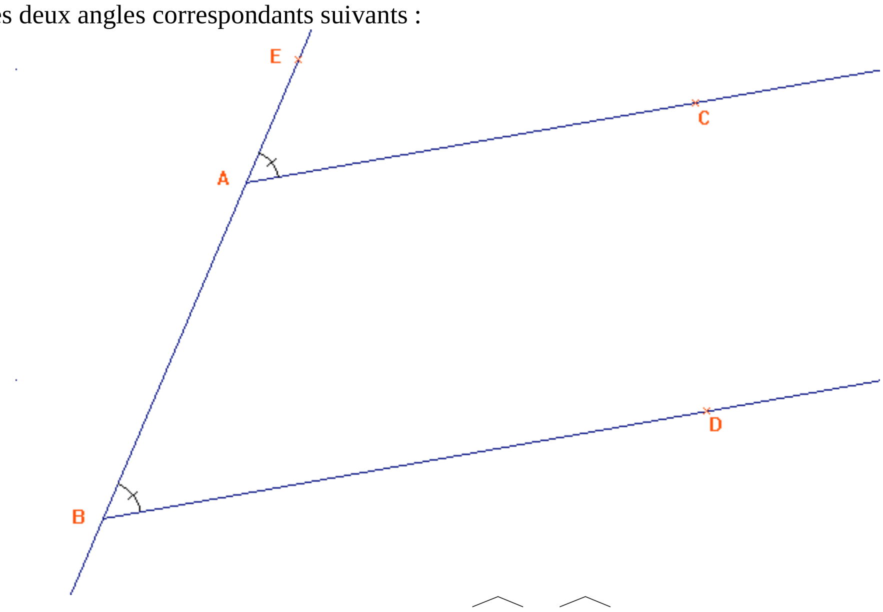
Deux angles dont la somme des mesures en degrés égale 90 sont dits complémentaires.

Deux angles dont la somme des mesures en degrés égale 180 sont dits supplémentaires.

6.6 Propriétés

6.6.1 Propriété 1 :

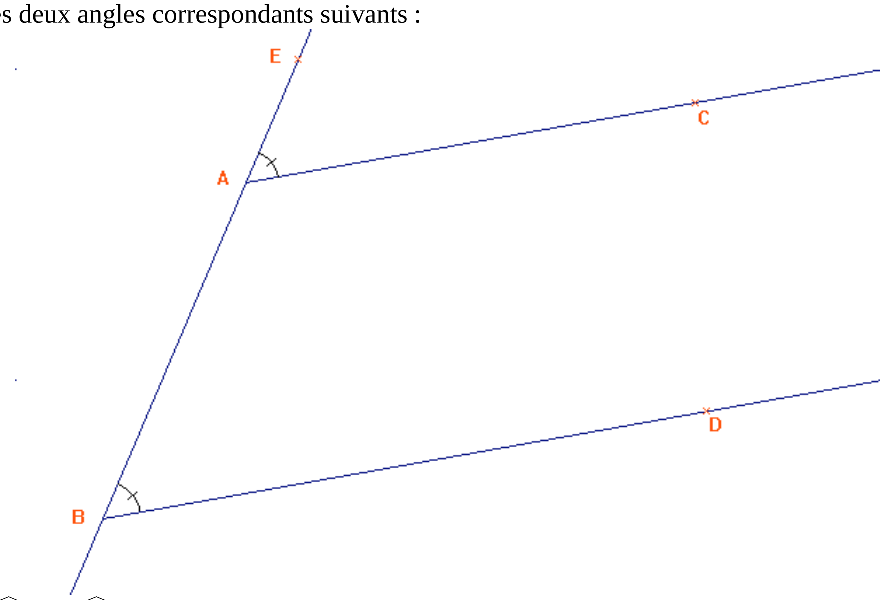
Considérons les deux angles correspondants suivants :



Si les droites (AC) et (BD) sont parallèles, alors les angles $\widehat{EAC}$ et $\widehat{ABD}$ ont même mesure.

6.6.2 Propriété 2 :

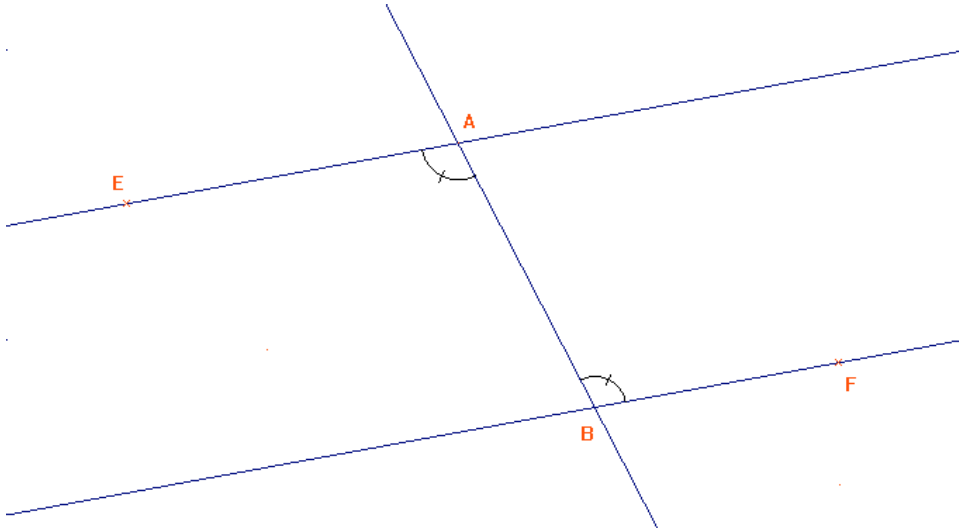
Considérons les deux angles correspondants suivants :



Si les angles $\widehat{EAC}$ et $\widehat{ABD}$ ont même mesure, alors les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

6.6.3 Propriété 3 :

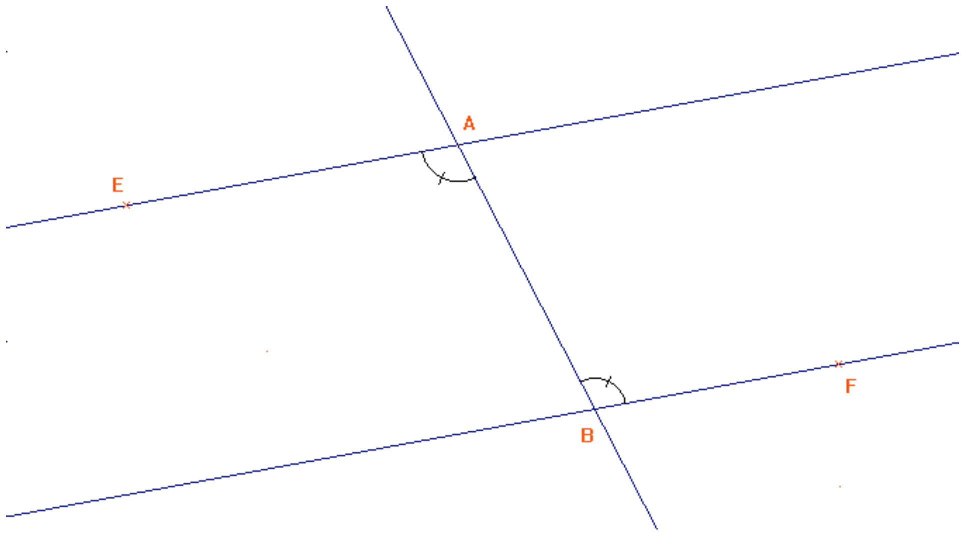
Considérons les deux angles alternes-internes suivants :



Si les droites (AE) et (BF) sont parallèles, alors les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABF}$ ont même mesure.

6.6.4 Propriété 4 :

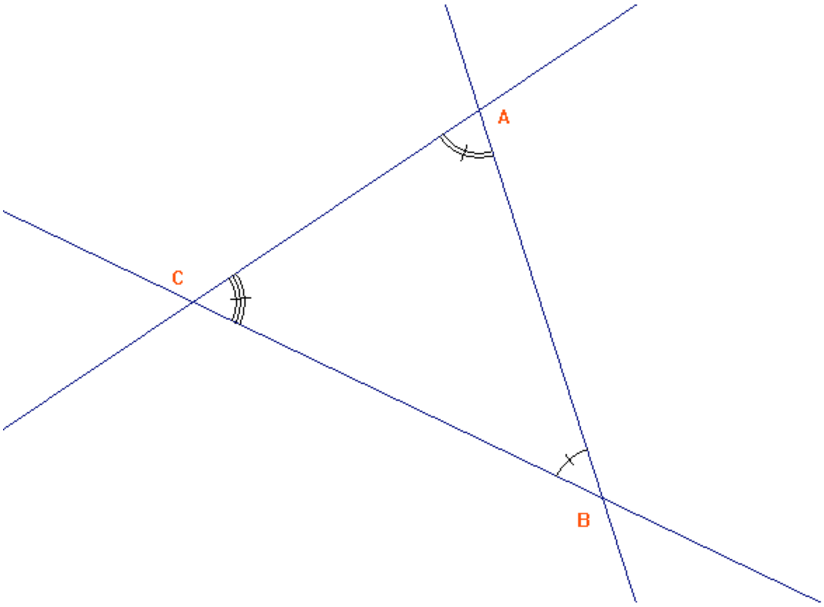
Considérons les deux angles alternes-internes suivants :



Si les angles$\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABF}$ ont même mesure, alors les droites (AE) et (BF) sont parallèles.

6.7 Somme des angles intérieurs d'un triangle

La somme des mesures en degré des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180.



$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180$

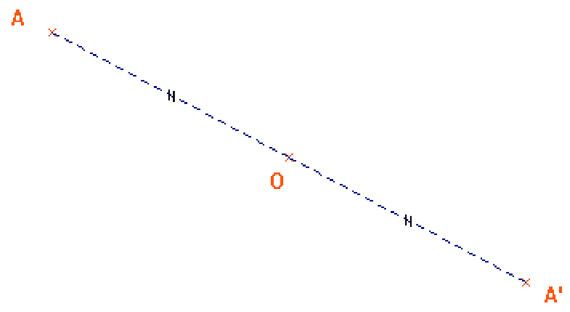
7. Symétrie centrale

Soit *P* un plan. Une unité de longueur est choisie.

7.1 Symétrique d'un point

Soit O et A deux points.

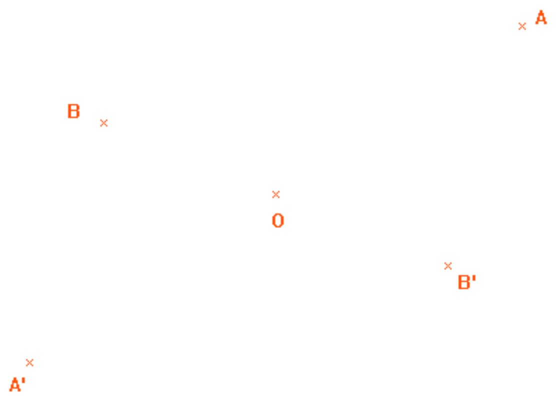
Le point A' tel que O soit le milieu du segment de droite [AA'] est appelé symétrique du point A par rapport au point O.



Remarque : le symétrique du point O par rapport à O est le point O.

7.2 Conservation de la distance

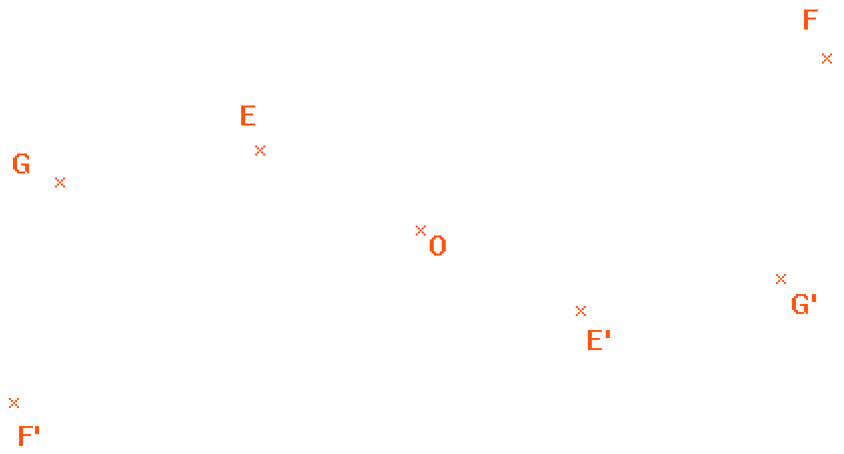
Toute symétrie centrale conserve la distance.



A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à O.
Alors on a : AB = A'B'.

7.3 Conservation de l'alignement

Toute symétrie centrale conserve l'alignement.

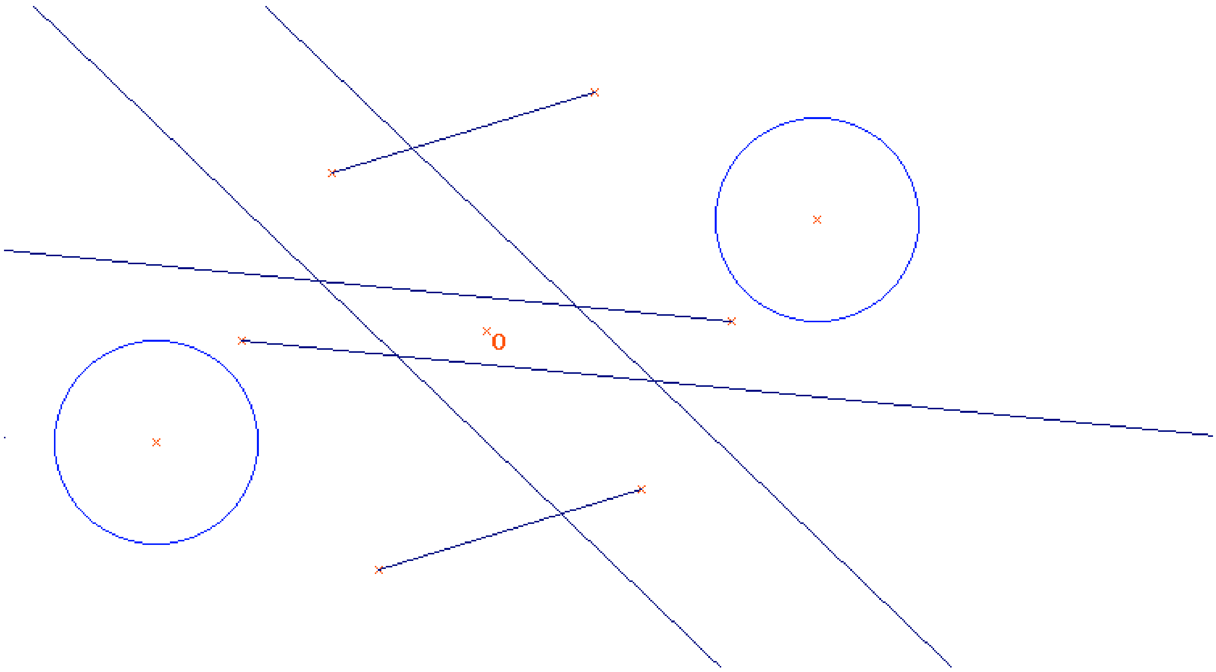


E', F' et G' sont les symétriques respectifs des points E, F et G par rapport à O.
Si E, F et G sont alignés alors les points E', F' et G' sont alignés.

7.4 Transformés de figures usuelles

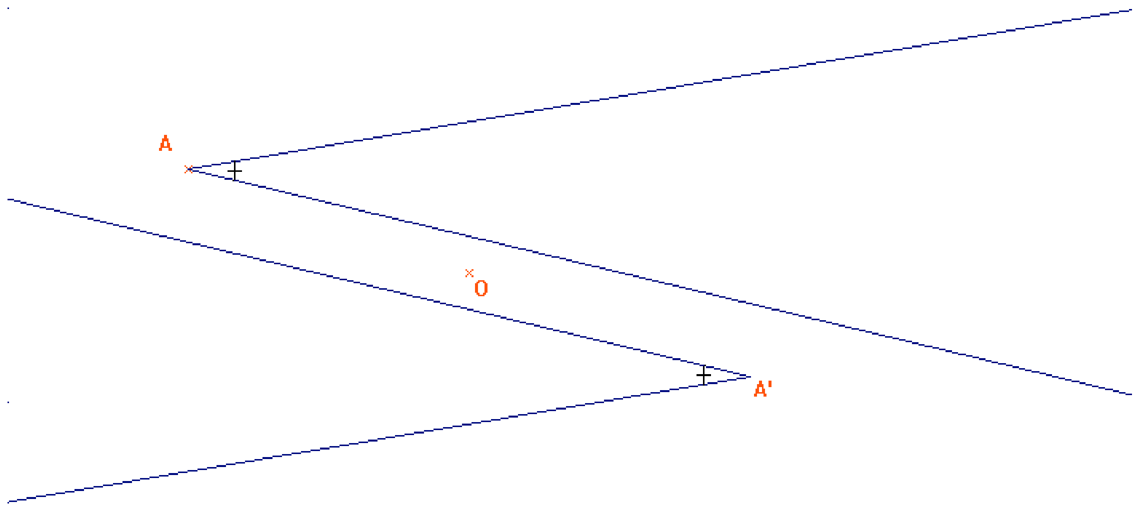
Toute symétrie centrale transforme :

- un segment de droite en un segment de droite,
- une droite en une droite,
- une demi-droite en une demi-droite,
- un cercle en un cercle.



7.5 Conservation des angles

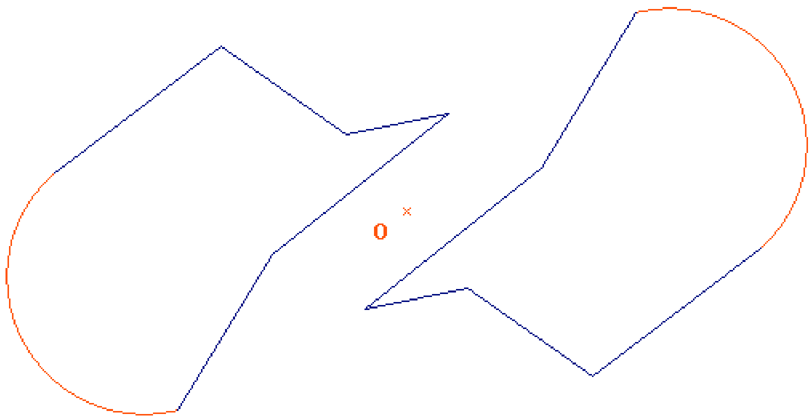
Toute symétrie centrale conserve les angles.



Les deux angles codés ci-dessus sont symétriques par rapport au point O, ils ont donc même mesure.

7.6 Conservation des aires

Toute symétrie centrale conserve les aires.



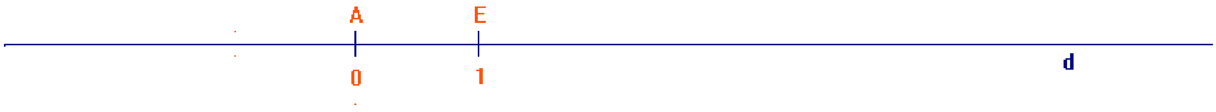
Les deux figures ci-dessus sont symétriques par rapport au point O ; elles ont même aire.

8. Repérage dans le plan

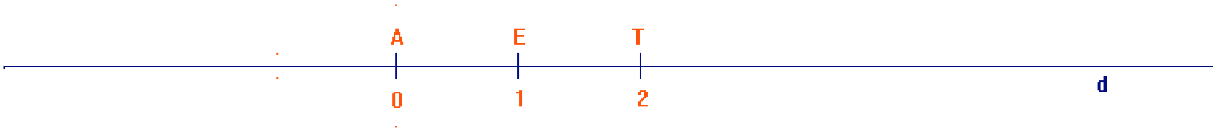
P est un plan.

8.1 Droite graduée

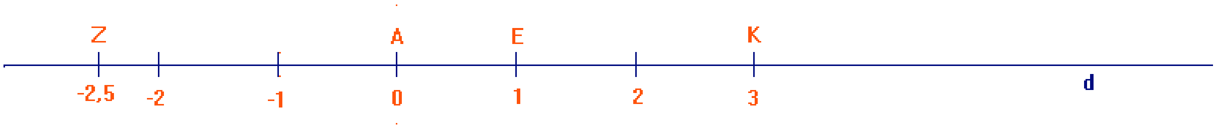
Considérons une droite d. Soit A et E deux points, distincts, appartenant à cette droite. Au point A associons le nombre 0 et au point E le nombre 1. On obtient ainsi une droite graduée. A est appelé l'origine.



❖ A chaque point de la droite est associé un nombre.
Par exemple au point T est associé le nombre 2. On dit que le point T a pour abscisse 2.



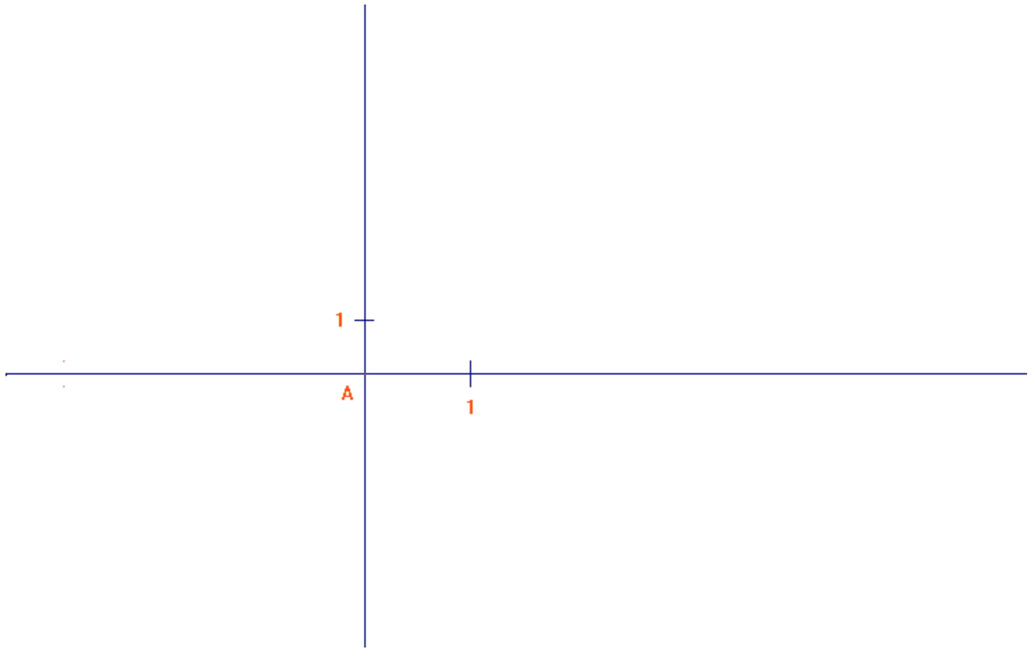
❖ A chaque nombre, on peut associer un point de la droite.
Par exemple le point K associé au nombre 3 et le point Z associé au nombre –2,5.



On dit aussi que le point K a pour abscisse 3 et que le point Z a pour abscisse –2,5.

8.2 Repère orthogonal

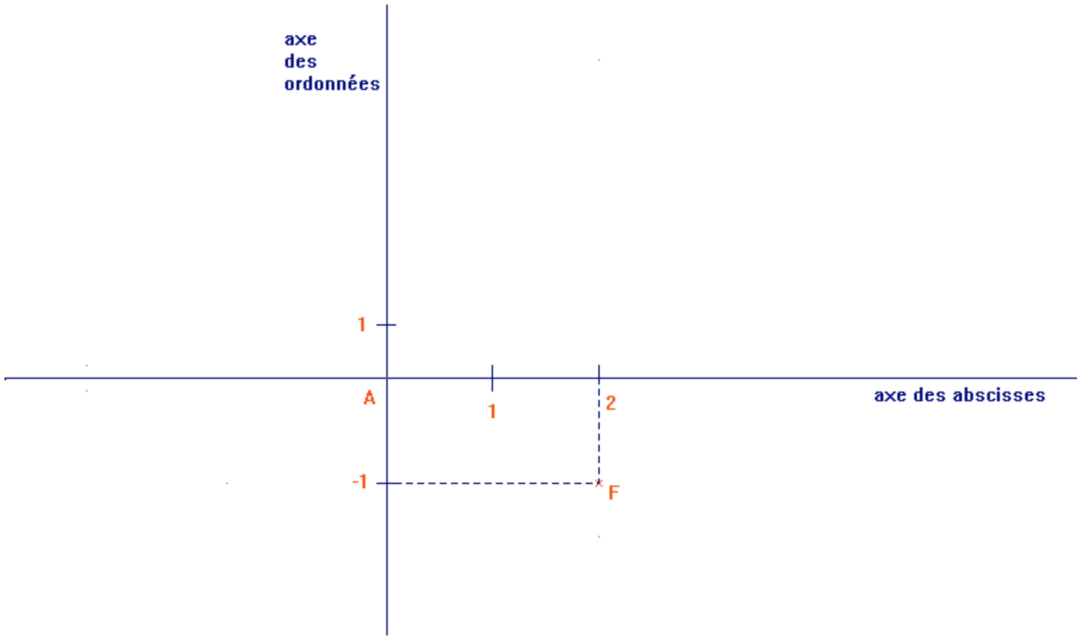
Considérons deux droites graduées sécantes en leur origine et orthogonales.
On obtient ainsi un repère orthogonal du plan.



La droite graduée horizontale est appelé axe des abscisses et la droite graduée verticale, axe des ordonnées. A est l'origine du repère.

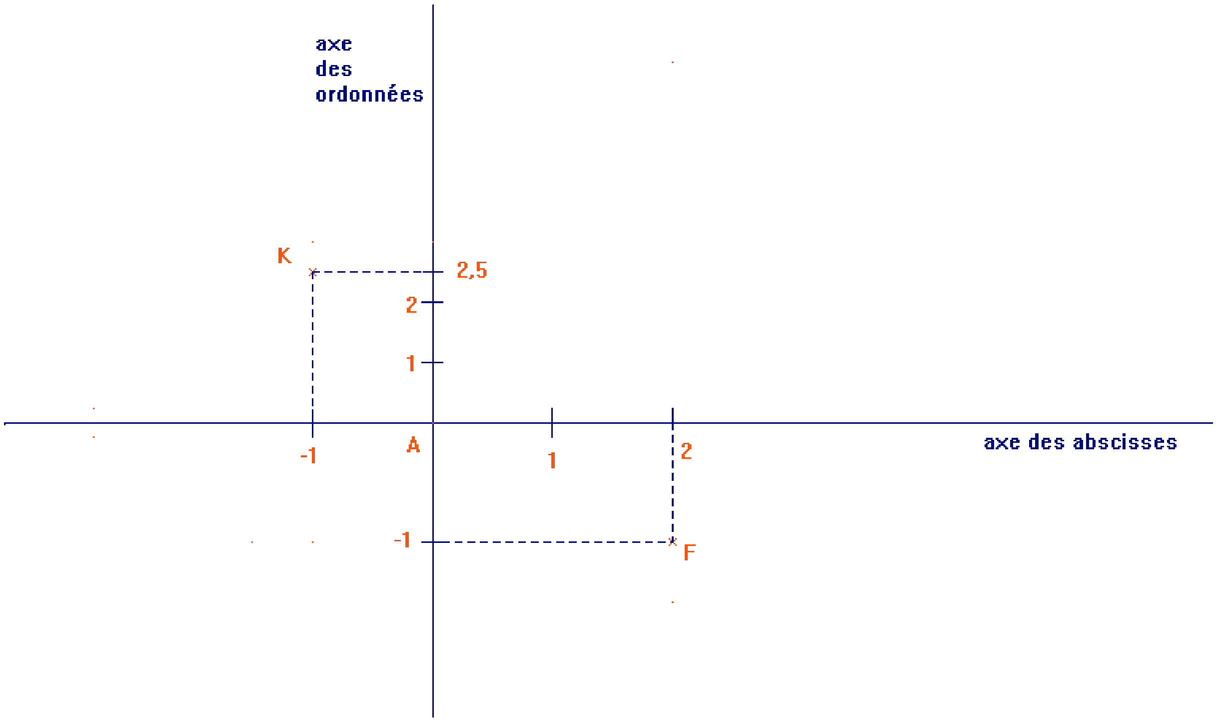
❖ A chaque point du plan est associé un couple de nombres.

Par exemple, au point F est associé le couple (2 , -1).



On dit que le point F a pour abscisse 2 et pour ordonnée –1.
Le couple (2 , -1) est appelé coordonnées du point F. On note : F(2 , -1).

❖ A chaque couple de nombres correspond un point du plan.
Par exemple, au couple (-1 ; 2,5) est associé le point que l'on va nommer K.



Le point K a pour coordonnées (-1 ; 2,5). On note aussi : K(-1 ; 2 ,5).

9. Proportionnalité

9.1 Compléter un tableau de proportionnalité

Voici deux tableaux de proportionnalité dans lesquels il manque un nombre :

a	3	8
b	7,5	

x	6	
y	32	17

On désire les compléter.

Pour le tableau de gauche, on remarque que le coefficient multiplicateur pour passer de la première ligne à la seconde est : 2,5.
$8 \times 2{,}5 = 20$
On obtient ainsi le tableau complet :

a	3	8
b	7,5	20

Pour le tableau de droite, on remarque que le coefficient multiplicateur pour passer de la seconde ligne à la première est : $\frac{6}{32}$ ou $\frac{3}{16}$.
$17 \times \frac{3}{16} = \frac{51}{16}$
On obtient ainsi le tableau complet :

x	6	$\frac{51}{16}$
y	32	17

9.2 Déterminer un pourcentage

Dans une classe de trente-deux élèves, dix-huit possèdent une console de jeu.
On désire trouver le pourcentage des élèves de la classe possédant une console de jeu.

Pour cela, il suffit d'effectuer, éventuellement à la calculatrice, le calcul suivant : $\frac{18}{32} = 0{,}5625$.

Puis on effectue mentalement une multiplication par 100 : $0{,}5625 \times 100 = 56{,}25$.

On peut donc affirmer qu'environ 56,3% des élèves de la classe possèdent une console de jeu.

9.3 Echelle

Sur une carte routière on lit : échelle $\frac{1}{200000}$.
Cela signifie que <u>1 cm sur la carte correspond à 200 000 cm (2 km) dans la réalité</u> ou
que 1 mm sur la carte correspond à 200 000 mm dans la réalité ou
que 1 pouce sur la carte correspond à 200 000 pouces dans la réalité, etc.

Sur la carte deux villes sont distantes de 8,5 cm. Dans la réalité elles sont donc distantes de 8,5 $\times$ 2 km, soit 17 km.

Deux villes sont distantes de 60 km. Sur la carte, elles sont distantes de $\frac{6000000}{200000}$ cm soit 30cm. (60 km correspondent à 6 000 000 cm)

Une échelle de carte, de plan, est souvent donnée sous la forme suivante :

$$\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle correspondante dans la même unité}}$$

et on simplifie, si possible, l'écriture de la fraction afin que le numérateur soit égal à 1.

9.4 Mouvement uniforme

Considérons un objet qui se déplace.

Si la distance parcourue est proportionnelle au temps, alors on dit que le mouvement de l'objet est uniforme.

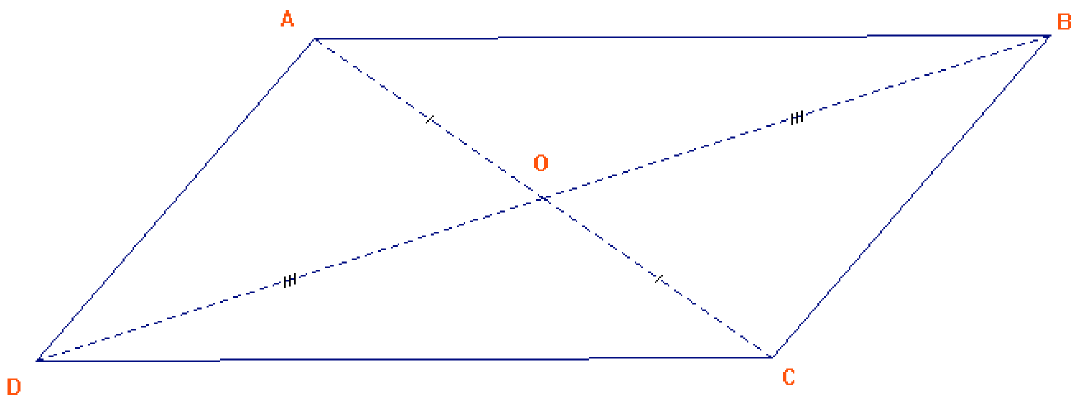
10. Parallélogramme

Soit *P* un plan. Une unité de longueur est choisie ainsi que l'unité d'aire correspondante.

10.1 Définition

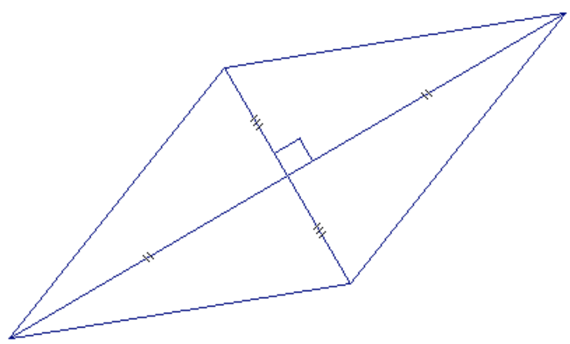
Un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu est un parallélogramme.

Le quadrilatère ABCD a ses diagonales [AC] et [BD] qui ont le même milieu O. ABCD est donc un parallélogramme. O est appelé centre du parallélogramme. O est le centre de symétrie du quadrilatère ABCD.

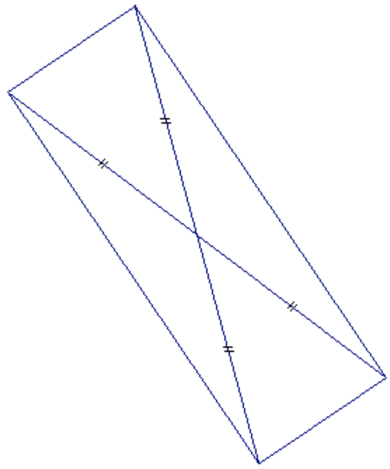


10.2 Parallélogrammes particuliers

Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange.

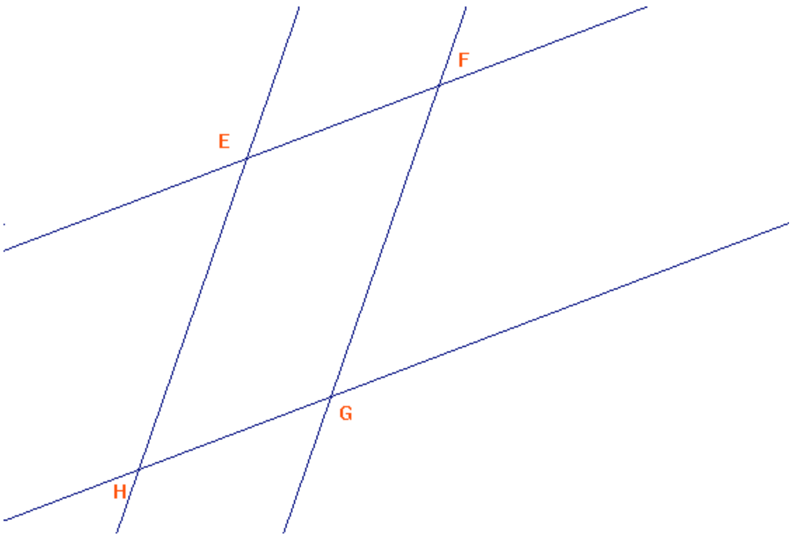


Un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur est un rectangle.



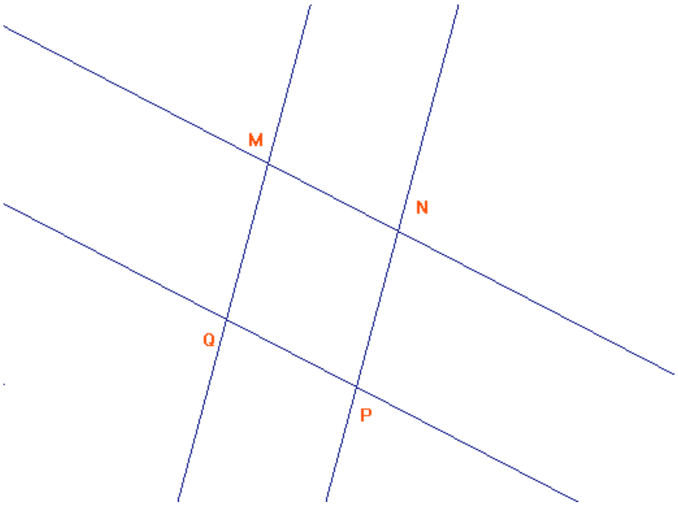
10.3 Propriétés

Un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles.



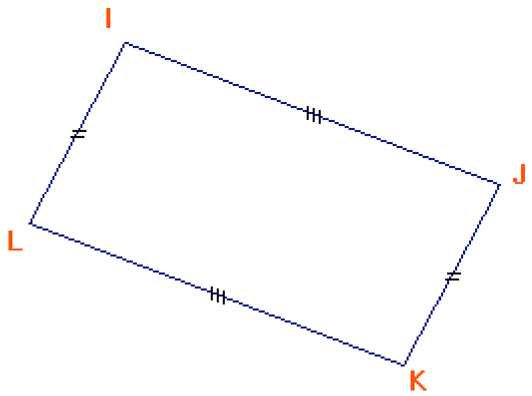
EFGH est un parallélogramme.
Alors on peut écrire :
(EF) // (HG) et (EH) // (FG).

Un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme.



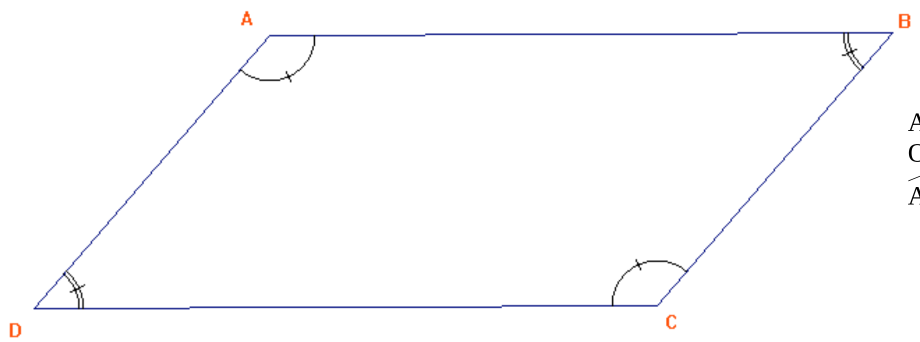
Le quadrilatère MNPQ vérifie la proposition suivante : (MN) // (PQ) et (NP) // (MQ).
Donc MNPQ est un parallélogramme.

Un parallélogramme a ses côtés opposés de même longueur.



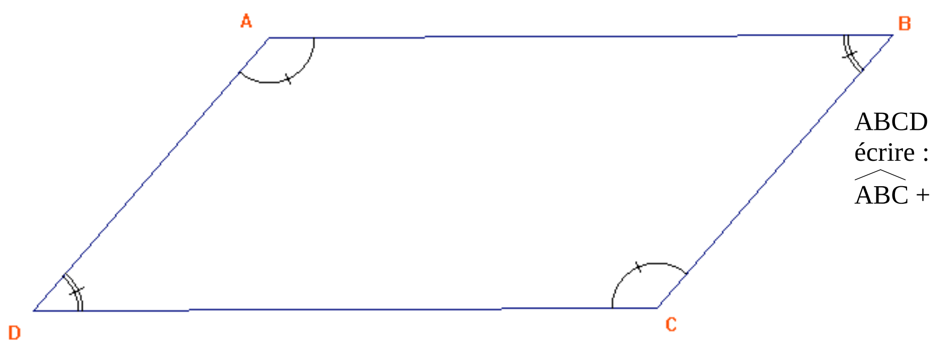
IJKL est un parallélogramme. On peut alors écrire :
IL = JK et IJ = LK.

Les angles opposés d’un parallélogramme ont même mesure.



ABCD est un parallélogramme.
On peut donc écrire :
$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$.

La somme des angles intérieurs d’un parallélogramme égale 360^0.



ABCD est un parallélogramme. On peut donc écrire :
$\widehat{ABC} + \widehat{ADC} + \widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 360^0$.

10.4 Aire

Soit ABCD un parallélogramme. Soit H le point d'intersection entre la droite, contenant A et perpendiculaire à la droite (CD), et la droite (CD). On peut dire que H est le projeté orthogonal de A sur la droite (CD).

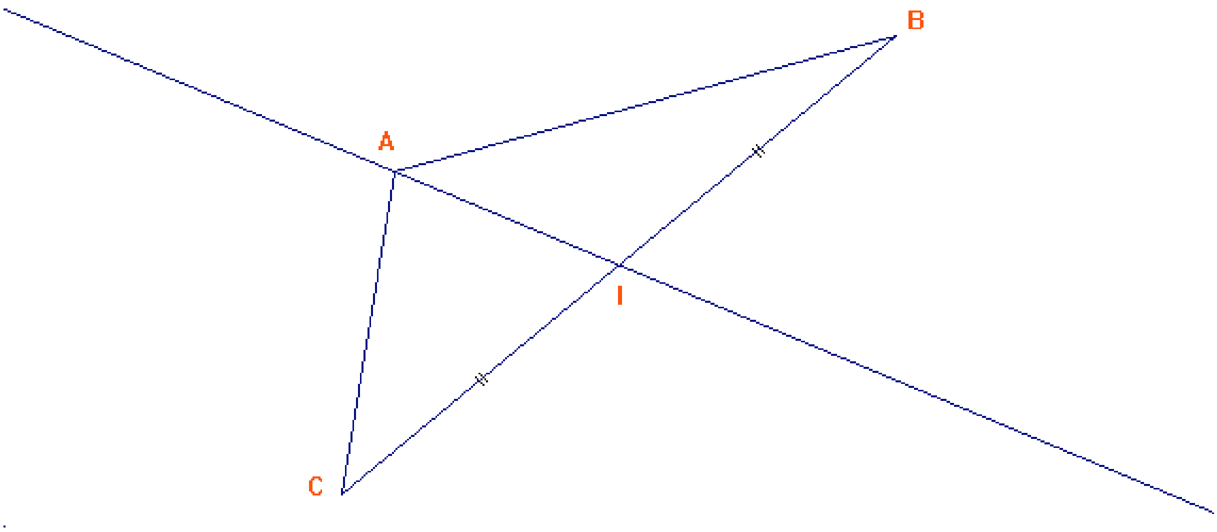
Dans ce cas, l'aire du parallélogramme ABCD est : CD $\times$ AH.

11. Médianes d'un triangle

Soit *P* un plan. Une unité de longueur est choisie ainsi que l'unité d'aire correspondante.

11.1 Définition

Soit ABC un triangle. La droite contenant le point A et le milieu I du côté [BC], opposé à A, est appelée médiane du triangle ABC issue de A.



Remarque :

On peut aussi considérer la médiane du triangle ABC issue de B et la médiane du triangle ABC issue de C.

11.2 Aire

Avec les notations ci-dessus, la médiane (AI) du triangle ABC partage le triangle ABC en deux triangles, ABI et ACI, de même aire.

12 Représentation et traitement de données

12.1 Effectifs, fréquences

On a demandé aux élèves d'une classe leur type de loisir préféré et on a regroupé les résultats dans le tableau suivant :

Type de loisir préféré	Nombre d'élèves
jeu vidéo	9
sport	5
lecture	3
cinéma	7
Total :	24

Il y a, par exemple, 9 élèves de la classe qui ont répondu que leur loisir préféré est le jeu vidéo. On dit que 9 est un effectif.

La colonne de droite du tableau ci-dessus est donc celle des effectifs et on peut remplacer le précédent tableau par le suivant :

Type de loisir préféré	effectifs
jeu vidéo	9
sport	5
lecture	3
cinéma	7
Total :	24

24 est le nombre d'élèves de la classe ou l'effectif total.

On peut chercher les pourcentages d'élèves, par rapport à l'effectif total, pour chaque type de loisir.

Pour le jeu vidéo, par exemple, on est amené à effectuer le calcul suivant :

$$\frac{9}{24} \times 100 = 37,5$$

37,5% des élèves ont répondu que leur loisir préféré est le jeu vidéo. On dit que 37,5 est une fréquence en pourcentage ou que le nombre 0,375 est une fréquence.

On peut donc compléter les trois tableaux suivants :

Type de loisir préféré	Fréquences en pourcentages (valeurs approchées à 0,1 près)
jeu vidéo	37,5
sport	20,8
lecture	12,5
cinéma	29,2

Type de loisir préféré	Fréquences (valeurs approchées à 0,001 près)
jeu vidéo	0,375
sport	0,208
lecture	0,125
cinéma	0,292

Type de loisir préféré	Fréquences
jeu vidéo	$\frac{9}{24}$
sport	$\frac{5}{24}$
lecture	$\frac{3}{24}$
cinéma	$\frac{7}{24}$

12.2 Classes

On a relevé la puissance, en kw, des moteurs des différents véhicules d'une société et on a regroupé les résultats dans le tableau suivant :

Puissance du moteur en kw	effectifs
de 40 à 90 exclu	56
de 90 à 140 exclu	102
de 140 à 190 exclu	48
de 190 à 240	12
Total :	218

On a effectué un regroupement par classes. Dans cet exemple il y a quatre classes :

- de 40 à 90 exclu
- de 90 à 140 exclu
- de 140 à 190 exclu
- de 190 à 240

Elles ont toutes la même longueur ou amplitude : 50.

12.3 Représentations graphiques

On retrouve, comme en sixième, le diagramme en bâtons ou en barres, le diagramme circulaire ou demi-circulaire, le graphique cartésien.
On peut y ajouter :

- le diagramme que certains appellent diagramme en tuyau d'orgue
- le diagramme en bandes (ou diagramme linéaire)
- l'histogramme

12.3.1 Diagramme en tuyau d'orgue :

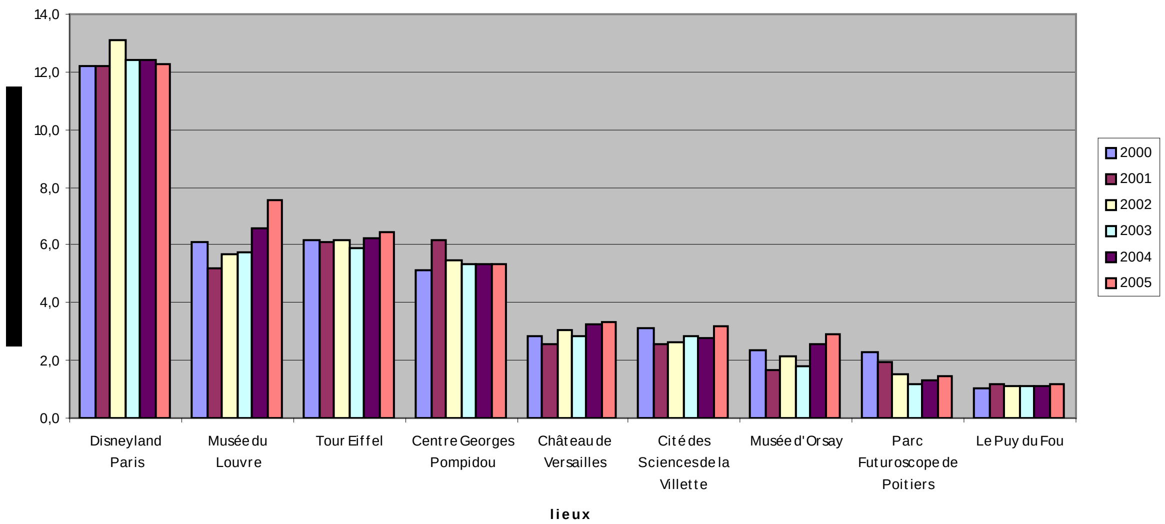
Sur le site de l'INSEE, http://www.insee.fr/fr/home/home_page.asp, on peut trouver un palmarès de sites culturels et récréatifs dont on a extrait le tableau suivant :

						en millions de visiteurs
	2000	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Disneyland Paris	12,2	12,2	13,1	12,4	12,4	12,3
Musée du Louvre	6,1	5,2	5,7	5,7	6,6	7,6
Tour Eiffel	6,2	6,1	6,2	5,9	6,2	6,4
Centre Georges Pompidou	5,1	6,2	5,5	5,3	5,4	5,3
Château de Versailles	2,9	2,6	3,0	2,9	3,3	3,3
Cité des Sciences de la Villette	3,1	2,6	2,6	2,9	2,8	3,2
Musée d'Orsay	2,3	1,7	2,1	1,8	2,6	2,9
Parc Futuroscope de Poitiers	2,3	2,0	1,6	1,2	1,4	1,4
Le Puy du Fou	1,1	1,2	1,1	1,1	1,1	1,2

Source : ministère des Transports, de l'Équipement, du Tourisme et de la Mer, direction du Tourisme.

A l'aide de ce tableau on peut réaliser , avec Excel par exemple, le diagramme en tuyau d'orgue suivant :

Fréquentation de quelques sites culturels



Un diagramme en tuyau d'orgue ressemble beaucoup à un diagramme en bâtons ou en barres. Les hauteurs et les aires des tuyaux sont proportionnelles aux effectifs.

12.3.2 Diagramme en bande :

Voici un tableau trouvé sur un site allemand : http://www.destatis.de/basis/d/geo/geoinset.php

Inseln [1] der Nord- und Ostsee mit einer Fläche von über 20 km²	
Insel	**Fläche** in km²
NORDSEE	
Ostfriesische Inseln	
Borkum	30,7
Norderney	26,3
Nordfriesische Inseln	
Sylt	99,2
Föhr	82,9
Nordstrand	50,4
Pellworm	37,4
Amrum	20,4
OSTSEE	
Schleswig-Holsteinische Inseln	
Fehmarn	185,4
Mecklenburgische Inseln	
Poel	34,3
Vorpommersche Inseln	
Rügen	930,0
Usedom[2]	373,0

[1] Stand: 01.05.2003.
[2] Anteil der Bundesrepublik Deutschland, Gesamtfläche 445,0 km².
Quelle: Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main.

Nous allons extraire de ce tableau les données suivantes :

Îles allemandes de la Mer Baltique d'une superficie supérieure à 20 km^2		
nom	région	superficie en km^2
Fehmarn	Schleswig-Holstein	185,4
Poel	Mecklembourg	34,3
Rügen	Poméranie occidentale	930,0
Usedom	Poméranie occidentale	373,0

Nous pouvons réaliser le diagramme en bande suivant (les aires des rectangles et leurs largeurs sont proportionnelles aux superficies des îles) :

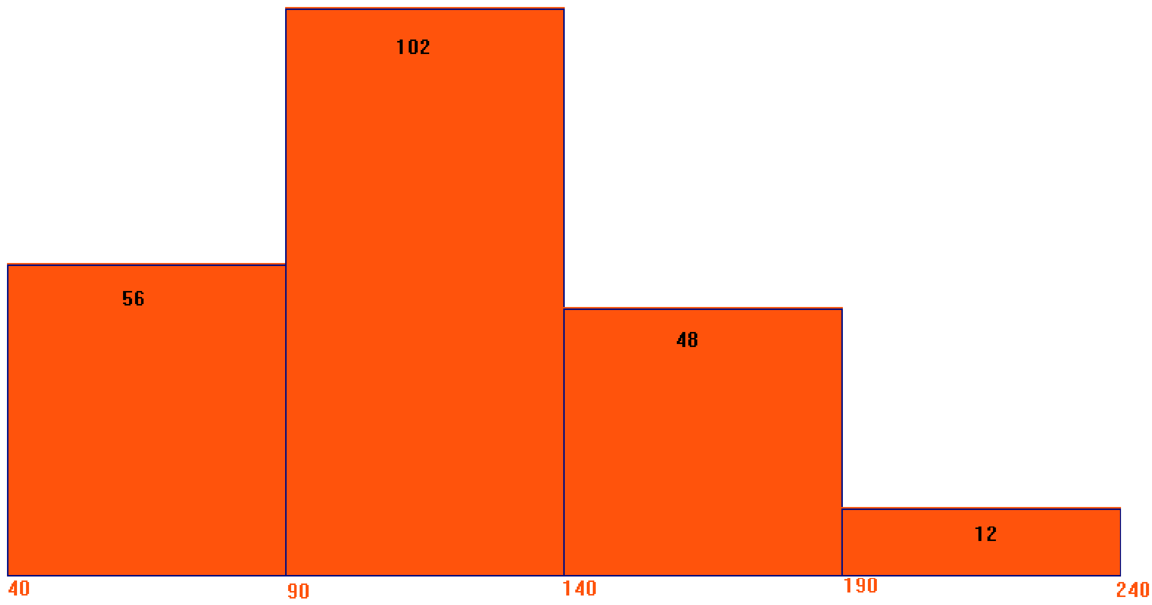
Répartition des îles allemandes de la Mer Baltique suivant leur superficie

12.3.3 Histogramme :

On peut réaliser un histogramme pour l'exemple du 12.2 :

Puissance du moteur en kw	effectifs
de 40 à 90 exclu	56
de 90 à 140 exclu	102
de 140 à 190 exclu	48
de 190 à 240	12
Total :	218

Les aires et les hauteurs (classes de même amplitude) des rectangles sont proportionnelles aux effectifs.



Répartition des véhicules suivant la puissance du moteur en kw

13. Prisme droit

E est l'espace. Une unité de longueur est choisie ainsi que l'unité d'aire correspondante et l'unité de volume correspondante.

13.1 Vue en perspective cavalière

13.1.1Cas particulier :

Chacun connaît l'emballage des barres chocolatées de la marque Toblerone.

Cet emballage est un prisme droit. Il y a deux bases identiques triangulaires. Les trois autres faces, appelées faces latérales, sont des rectangles.

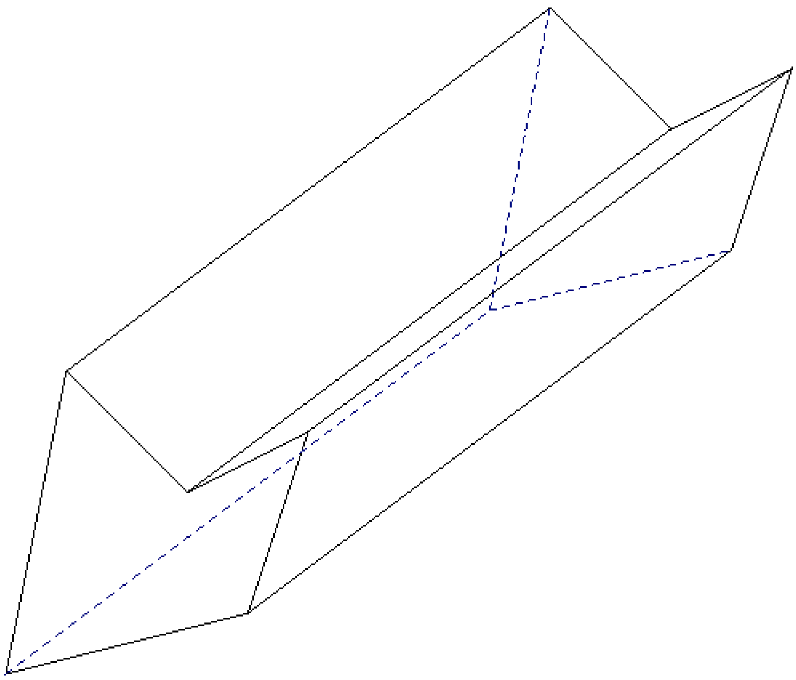
13.1.2Cas général :

Un prisme droit a deux bases identiques qui sont :

- deux triangles,
- deux quadrilatères,
- deux pentagones
- deux hexagones, etc.

Les autres faces, appelées faces latérales, sont des rectangles.

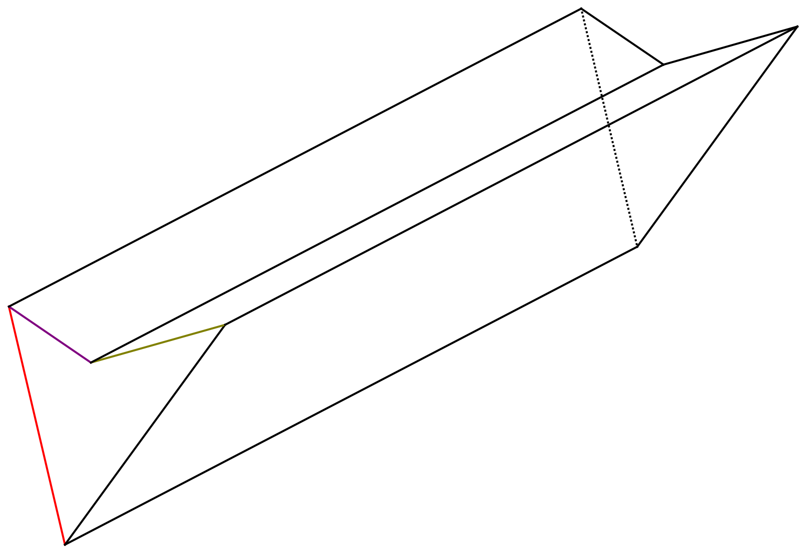
On a représenté ci-dessous, en perspective cavalière, un prisme droit dont les deux bases sont des pentagones. Les cinq autres faces sont des rectangles.



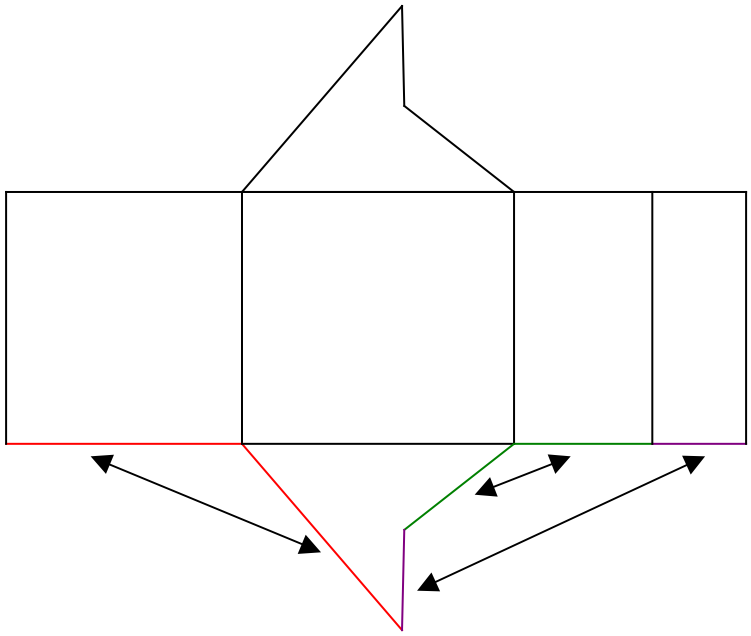
Remarque : Le pavé droit est un cas particulier de prisme droit. Chaque face peut être considérée comme une base du prisme droit.

13.2 Patron

Un patron d'un prisme droit est assez simple à tracer. Il comprend les deux bases identiques et des rectangles.
Voici un prisme droit à bases en forme de quadrilatère.

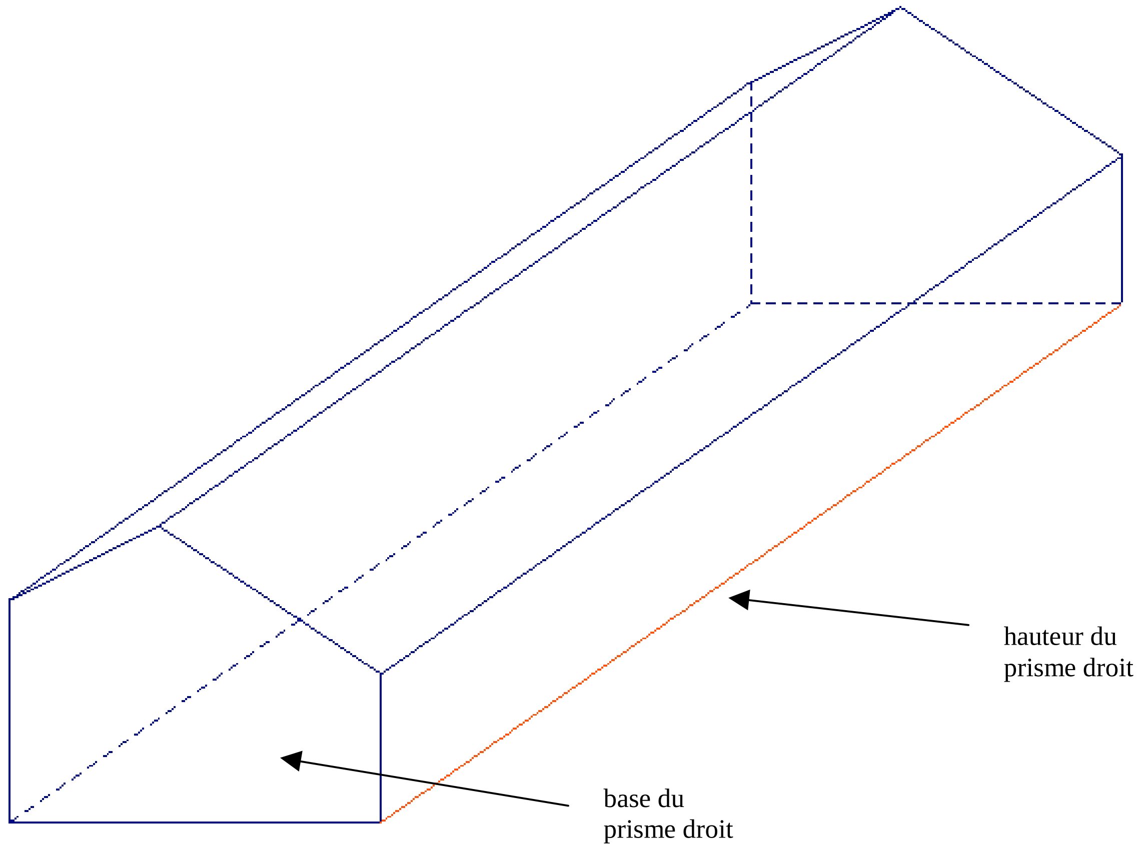


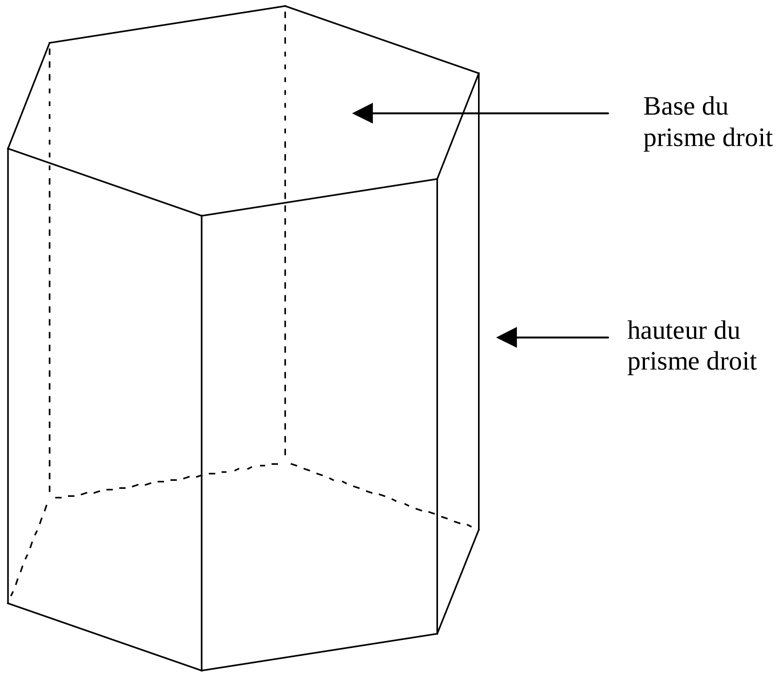
Traçons un patron de ce prisme droit :



13.3 Volume

Le volume d'un prisme droit est égal à l'aire d'une de ses bases multipliée par la hauteur du prisme droit.





14 Equations

14.1 Notion intuitive

Au primaire des élèves complètent des opérations à trous :

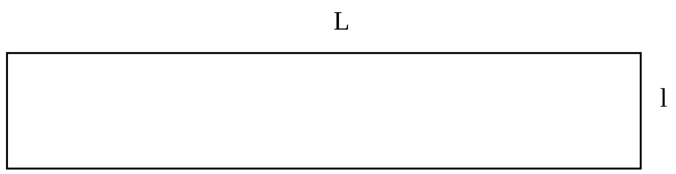
- $2 \times \ldots = 24$
- $13 + \boxed{} = 75$

Cette année nous pouvons écrire :

- Cherchons le nombre x vérifiant l'égalité suivante : $2 \times x = 24$. Ce nombre est 12.
- De même, cherchons le nombre x vérifiant l'égalité suivante : $13 + x = 75$. Ce nombre est 62.

14.2 Extension

P est un plan, une unité de longueur est choisie.
Un rectangle de dimensions, L et l, peut-il avoir pour périmètre 126 ?



Le périmètre d'un rectangle, de dimensions L et l, est : $2(L + l)$.

On aimerait donc trouver au moins un nombre L et un nombre l tels que l'égalité suivante :

$$2(L + l) = 126$$

soit vraie.

On dit que, $2(L + l) = 126$, est une équation à un couple inconnu de nombres (L,l).

Cherchons s'il existe des nombres L et l tels que l'égalité, $2(L + l) = 126$, soit vraie.

Si L = 50 et l = 20, alors
$$\begin{aligned} 2(L + l) &= 2(50 + 20) \\ 2(L + l) &= 2 \times 70 \\ 2(L + l) &= 140 \\ 2(L + l) &\neq 126 \end{aligned}$$

Si L = 43 et l = 20, alors
$$\begin{aligned} 2(L + l) &= 2(43 + 20) \\ 2(L + l) &= 2 \times 63 \\ 2(L + l) &= 126 \end{aligned}$$

Si L = 46 et l = 17, alors
$$\begin{aligned} 2(L + l) &= 2(46 + 17) \\ 2(L + l) &= 2 \times 63 \\ 2(L + l) &= 126 \end{aligned}$$

On dit que :
le couple de nombres (50,20) n'est pas solution de l'équation $2(L + l) = 126$,
le couple de nombres (43,20) est une solution de l'équation $2(L + l) = 126$,
le couple de nombres (46,17) est une solution de l'équation $2(L + l) = 126$.

Remarque :
Une équation peut avoir une seule solution, plusieurs solutions ou aucune solution.